寄 稿 論 文

デフレ均衡モデルを用いた自然利子率の推定

廣　瀬　　康　生*
（慶應義塾大学経済学部教授）

梗　　概

本稿では，名目金利の非負制約によって長期的にデフレ状態が続く「デフレ均衡」を仮定したモデルを用いて，日本の自然利子率を推定する。ここでの自然利子率は，価格が伸縮的な経済における実質利子率と定義され，マクロ経済の安定化および社会厚生の観点から望ましい水準の利子率であると同時に，金融政策のスタンスを評価するうえで基準となる利子率である。先行研究に倣い，中央銀行が目指す正の目標インフレ率が長期的に達成される「目標インフレ均衡」を仮定したモデルを用いた場合の自然利子率も推定し，モデルの仮定によって推定された自然利子率の水準にどのような違いが生じるかを分析する。分析の結果，1999 年以降多くの局面で，目標インフレ均衡モデルに基づいた自然利子率は，デフレ均衡モデルに基づいたそれよりも 1 %前後過大に推定されていることが分かった。本稿のデフレ均衡モデルの方が現実経済の近似として適切であるとすると，上記の局面における自然利子率は，これまでに先行研究で推定されているものよりも低いと考えられる。これは，日本銀行が量的・質的金融緩和を継続していることと整合的である一方，ゼロ金利政策による金融緩和の度合いが低下していることを意味している。

1. はじめに

自然利子率は，物価の安定を目指す金融政策当局にとって，その政策スタンスを評価するためのベンチマークとなる重要な指標である。例えば，実際の実質利子率が自然利子率より高い場合は，経済は引き締め的な状況にあると考えられる。ただし，自然利子率はデータとして観察されるものではないため，何らかの方法で推定する必要がある。

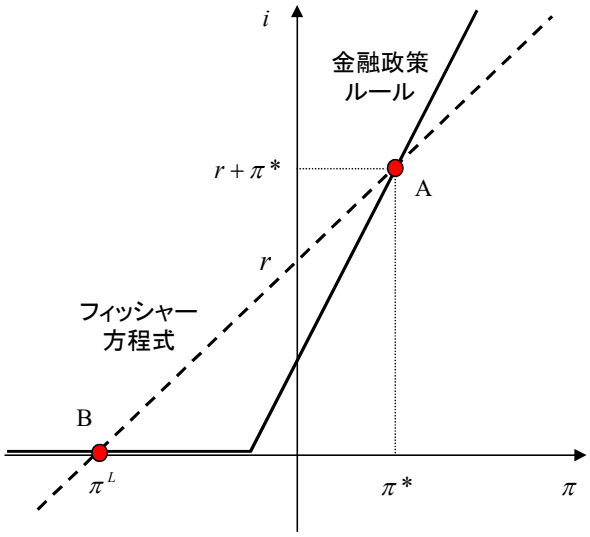
自然利子率の推定に関する先行研究には，ミクロ的基礎を有する構造型モデルに基づいて短期の自然利子率を推定したものと，誘導型のモデルに基づいて長期の自然利子率を推定したものがある。本稿は，前者に分類され，その中でもとりわけ「デフレ均衡」を仮定した動学的一般均衡モデルを用いた初めての試みである[1)]。

* 慶應義塾大学経済学部教授。2000 年，慶應義塾大学総合政策学部卒業。2006 年，ジョンズ・ホプキンス大学大学院経済学研究科博士課程修了。Ph.D. in Economics。日本銀行エコノミスト，慶應義塾大学経済学部准教授を経て現職。専門は，マクロ経済学，金融政策。

1) 先行研究における標準的なモデルでは，中央銀行が目指す正の目標インフレ率が長期的に達成される「目標インフレ均衡」が仮定されている。Okazaki and Sudo（2018）と Iiboshi, Shintani et al.（2018）は，この仮定のもと，動学的一般均衡モデルを用いて近年の日本における短期の自然利子率を推定している。

まず，デフレ均衡とは何かを説明しよう。Benhabib, Schmitt-Grohé et al.（2001）は，名目金利をゼロ％以下に下げることはできないという「名目金利の非負制約」の存在によって，デフレが長期均衡となり得ることを指摘した。図 1 は，彼らの考え方をインフレ率（π）と名目金利（i）の関係によってまとめたものである。

図 1　名目金利の非負制約と二つの均衡



太実線は，中央銀行が金融政策によって名目金利をどのようにコントロールするかを表した「金融政策ルール」と呼ばれる関係式をグラフ化したものである。ここでは，右上がりの直線によって，中央銀行はインフレ率が上昇すれば名目金利を引き上げて金融引き締めを行い，逆にインフレ率が低下すれば名目金利を引き下げて金融緩和を行うというシンプルな金融政策ルールを想定している。しかし，どれだけデフレが深刻化したとしても，名目金利がマイナスになることは（極めて技術的な一部の金利を除いて）考えられない。これが「名目金利の非負制約」の意味であり，名目金利がゼロ％になると，中央銀行は政策金利の操作による追加的な金融緩和ができなくなるのである。こうした制約を考慮し，図 1 では，金融政策ルールが，横軸と交差する点で屈折し，その点よりもインフレ率が低いところでは水平の直線で表されている。

他方，太点線は，名目金利は実質金利（r）とインフレ率との和であることを表した「フィッシャー方程式」をグラフ化したものである。この直線の傾きは定義によって 1（45 度），切片は r である。ここでは単純化のために実質金利は所与の外生変数としている。厳密には，名目金利は実質金利と期待インフレ率の和で表されるが，長期的に実際のインフレ率と期待インフレ率は収斂していくと考えれば，ここでのフィッシャー方程式は名目金利とインフレ率の長期的関係を表していると解釈することができる。

長期的に達成されるインフレ率と名目金利の均衡点（定常状態）は，金融政策ルールとフィッシャー方程式の交点として求められる。ここで，二つの均衡点が存在することに注目しよう。一つの均衡は点 A で表されており，このとき，インフレ率は π^*，名目金利は $r+\pi^*$ となる。均衡点 A の π^* は，正の値をとり，長期的に達成されるインフレ率であることから，中央銀行が設定する目標インフレ率に等しいと解釈することができる。インフレ率目標が達成されるのは，均衡点 A の周りでは，名目金利が十分にゼロから離れているため，景気やインフレ率の変動に対して，中央銀行が政策金利を自由に調整できるからである。

もう一つの均衡は点 B であり，このときのインフレ率は π^L，名目金利はゼロとなる。均衡点 B のイン

フレ率 π^L は負の値をとることから，この均衡は「デフレ均衡」と呼ばれる。デフレ均衡の周りでは，中央銀行は名目金利の非負制約に直面しており，景気の悪化やデフレの進行に対して，名目金利の引き下げによる景気刺激策をとることができない。その結果，正のインフレ率目標を達成することはできず，デフレ均衡から抜け出すことができなくなるのである。

日本は長期にわたってゼロ金利政策を続けており，インフレ率もマイナスか0％台で推移している期間が長かったことに鑑みると，日本経済がデフレ均衡下にあると仮定することには一定の妥当性がある。実際，Bullard（2010）やAruoba, Cuba-Borda et al.（2018）は，日本がデフレ均衡下にある可能性を指摘している。

本稿では，こうした指摘を踏まえ，日本経済がデフレ均衡下にあると仮定し，自然利子率の推定を行った。ここでの自然利子率は，価格が伸縮的な経済における実質利子率と定義され，マクロ経済の安定化および社会厚生の観点から望ましい水準の利子率であると同時に，金融政策のスタンスを評価するうえで基準となる利子率である。既存研究における自然利子率の推定には，中央銀行が目指す正の目標インフレ率が長期的に達成されるという「目標インフレ均衡」を仮定したモデルが用いられているのに対して，本稿は，名目金利の非負制約によって長期的にデフレ状態が続く「デフレ均衡」を仮定したモデルを用いる点に新規性がある。自然利子率の推定結果を見ると，金融危機後の2008年から2009年にかけてやや大きな落ち込みがあるものの，若干の振れを伴いつつ，概ね0％から1％の間で推移していることが分かった。

また，従来の「目標インフレ均衡」を仮定したモデルを用いた自然利子率の推定も行い，「デフレ均衡」を仮定した場合と「目標インフレ均衡」を仮定した場合とでは，推定された自然利子率の水準にどのような違いが生じるかを分析した。分析の結果，両者の違いがほとんどない期間もあるものの，多くの期間で1％前後の差が見られることが分かった。とりわけ，2007～2008年は，目標インフレ均衡モデルに基づいた自然利子率がデフレ均衡モデルに基づいたそれよりも1％以上過大に推定されており，2011年以降は，目標インフレ均衡モデルの自然利子率の方が上方に乖離した状況が続いている。こうした違いは，金融政策スタンスの評価を変え得るものである。

本稿の構成は以下のとおりである。第2節では，本稿で扱うデフレ均衡モデルを記述する。第3節では，モデルの解法と推定方法について説明する。第4節では，デフレ均衡を仮定したモデルと目標インフレ均衡を仮定したモデルのパラメータの推定結果と，それぞれのモデルにおける自然利子率の推定結果を示す。そのうえで，モデルの仮定および推定期間の違いによって，自然利子率の推定値にどのような差が生じるかを分析する。第5節は本稿のまとめである。

2. モデル

本稿で扱うモデルは，Woodford（2003）やGalí（2008）等にある基本的なニュー・ケインジアン・モデルを現実のマクロ経済データとの整合性を考慮して拡張したものである。具体的には，生産関数の技術水準に確率的トレンドを仮定し，消費の習慣形成や一期前のインフレ率見合いで価格を設定する企業を導入している。自然利子率は，価格が伸縮的な経済における実質利子率と定義され，マクロ経済の安定化および社会厚生の観点から望ましい水準の利子率であると同時に，金融政策のスタンスを評価するうえで基準となる利子率の水準である。

以下では，まず，家計および企業の最適化問題を記述する。次に，自然率生産量および自然利子率がどのように決まるのかを示す。さらに，デフレ均衡を再度定義したうえで，デフレ均衡下において金融政策

をどのように定式化するのかを説明する。最後に，デフレ均衡の定常状態の周りで対数線形近似したモデル方程式を示す。

2.1　家計

家計$h \in [0,1]$の選好は，次の効用関数によって表される。

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ \log\left(C_{h,t} - \gamma C_{t-1}\right) - \frac{l_{h,t}^{1+\eta}}{1+\eta} \right\}.$$

ここで，$\beta \in (0,1)$は主観的割引率，$\gamma \in (0,1)$は消費の習慣形成の度合いを表すパラメータ，ηは労働供給の弾力性の逆数，$C_{h,t}$は家計hの消費，C_tは総消費，$l_{h,t}$は家計hの労働供給である。各家計は，上記の効用関数を次の予算制約式のもとで最大化する。

$$C_{h,t} + \frac{B_{h,t}}{P_t} \leq W_{h,t} l_{h,t} + \frac{R_{t-1}^n B_{h,t-1}}{P_t} + T_{h,t}.$$

ここで，$B_{h,t}$は安全資産，P_tは物価水準（最終財価格），$W_{h,t}$は実質賃金，R_t^nは名目粗利子率，$T_{h,t}$は政府による一括税や企業からの配当から構成される項目である。

2.2　企業

最終財製造企業は，完全競争のもと，中間財$Y_{f,t}$（$f \in [0,1]$）から次の生産技術を用いて最終財Y_tを製造する。

$$Y_t = \left[\int_0^1 Y_{f,t}^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} df \right]^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}.$$

ここで，$\epsilon > 1$は各中間財の代替の弾力性を表すパラメータである。最終財製造企業は，最終財価格P_tと中間財fの価格$P_{f,t}$を所与として，次の利潤関数を最大化するよう，中間財投入量$Y_{f,t}$を決定する。

$$P_t Y_t - \int_0^1 P_{f,t} Y_{f,t} df.$$

中間財生産企業$f \in [0,1]$は，家計によって提供された労働力$l_{f,t}$を用いて差別化された中間財$Y_{f,t}$を生産する。中間財生産企業の生産技術は，次の生産関数によって記述される。

$$Y_{f,t} = A_t l_{f,t}.$$

ここで，A_tは中間財の生産に関する技術水準を表し，次の確率過程に従うと仮定する。

$$\log A_t = \log a + \log A_{t-1} + a_t.$$

なお，$\log A_t - \log A_{t-1}$は技術進歩率であることから，$a > 1$は定常状態における粗技術進歩率，a_tは技術進歩率への外生ショックを表す。a_tは次の確率過程に従うものとする。

$$a_t = \rho_a a_{t-1} + \varepsilon_{a,t}, \qquad \varepsilon_{a,t} \sim N(0, \sigma_a^2).$$

上記の生産技術のもと，中間財生産企業は，実質賃金W_tを所与として，生産費用$W_t l_{f,t}$を最小化するように労働投入量$l_{f,t}$を決める。最終財の資源制約は,

$$Y_t = C_t$$

として与えられる。

各中間財生産企業は，最終財製造企業の利潤最大化の結果として得られる各中間財に対する需要関数を所与として，価格の決定を行う。その際，Calvo（1983）型の価格硬直性に直面していると仮定する。すなわち，各期において$1 - \xi \in (0,1)$の割合の企業のみが価格を最適化することができると仮定する。さらに，Smets and Wouters（2007）等に見られるように，残りの ξ の割合の企業は，一期前のインフレ率$\pi_{t-1} = P_t / P_{t-1}$と定常状態のインフレ率$\pi$の加重平均に従って価格を設定すると仮定する。この仮定のもとでは，企業f が t 期に価格を最適化した後，$t + j$ 期まで最適化できなかった場合，$\iota \in [0,1]$を一期前のインフレ率を参照するウェイトとすると

$$P_{f,t+j} = P_{f,t} \prod_{k=1}^{j} \left[\left(\frac{\pi_{t+k-1}}{\pi} \right)^{\iota} \pi \right]$$

となる。このとき，価格を最適化する企業の利潤最大化問題は，次のように書くことができる。

$$\max_{P_{f,t}} E_t \sum_{j=0}^{\infty} \xi^j \left(\beta^j \frac{\Lambda_{t+j}}{\Lambda_t} \right) \left[\frac{P_{f,t}}{P_{t+j}} \prod_{k=1}^{j} \left[\left(\frac{\pi_{t+k-1}}{\pi} \right)^{\iota} \pi \right] - \frac{W_t}{A_t} Z_t \right] Y_{f,t+j},$$

$$s.t.\ Y_{f,t+j} = \left[\frac{P_{f,t}}{P_{t+j}} \prod_{k=1}^{j} \left[\left(\frac{\pi_{t+k-1}}{\pi} \right)^{\iota} \pi \right] \right]^{-\epsilon} Y_{t+j}.$$

ここで，$\beta^j \frac{\Lambda_{t+j}}{\Lambda_t}$は，$\Lambda_t$を家計の限界効用としたときの t 期から $t+j$ 期にかけての確率的割引因子である。Z_tは限界費用W_t / A_tに対するショックであり，以下ではコスト・ショックと呼ぶ。なお，対数線形近似後は，$\tilde{z}_t = \kappa \tilde{Z}_t$（ただし，$\kappa = \frac{(1-\xi)(1-\xi\beta)}{\xi(1+\beta\iota)}$，$\tilde{Z}_t$は$Z_t$の定常値からの乖離。）と定義することによって基準化し，基準化された$\tilde{z}_t$が次の確率過程に従うものとする。

$$\tilde{z}_t = \rho_z \tilde{z}_{t-1} + \varepsilon_{z,t}, \qquad \varepsilon_{z,t} \sim N(0, \sigma_z^2).$$

2.3　伸縮的価格における均衡

伸縮的価格における経済の均衡は，上記のモデルの全てのf, tについて，$\xi = 0$，$Z_t = 1$，および$P_{f,t} = P_t$と仮定することによって得られる。その結果，伸縮的価格のもとでの生産Y_t^*（自然率生産量）と実質利子率R_t^*（自然利子率）は，次の二式によって与えられる。

$$(Y_t^* - \gamma Y_{t-1}^*)\left(\frac{Y_t^*}{A_t}\right)^{\eta} = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} A_t,$$

$$R_t^* = \frac{1}{\beta}\left(E_t\left[\frac{Y_t^* - \gamma Y_{t-1}^*}{Y_{t+1}^* - \gamma Y_t^*}\right]\right)^{-1}.$$

2.4　中央銀行

中央銀行は，次の金融政策ルールに従って，名目利子率を調整する。

$$R_t^n = R^n\left(\pi_t, \frac{Y_t}{A_t}, R_{t-1}^n, \varepsilon_{R,t}\right).$$

$\varepsilon_{R,t}$は金融政策ルールからの乖離を表す金融政策ショックである。ここでは，$R^n(\cdot)$の関数形は明示的に定式化していないが，Benhabib, Schmitt-Grohé et al.（2001）と同様に，次の三つの性質を満たす関数であると仮定する。まず，名目金利の非負制約の存在から$R^n(\cdot) > 1$を満たす。次に，$R^n(\cdot)$は，微分可能な増加関数で狭義の凸である。さらに，目標インフレ率の周りでは，金融政策ルールはテイラーの原理（1％のインフレ率の上昇に対して名目金利を1％以上引き上げる）を満たす。

Benhabib, Schmitt-Grohé et al.（2001）が示しているように，上記三つの性質を満たす金融政策ルールとフィッシャー方程式，すなわち，$R_t^n = R_t E_t \pi_{t+1}$（ここで，$R_t$は実質粗利子率。）を組み合わせると，定常状態のインフレ率が正の目標インフレ率と等しくなる場合と負のインフレ率になってしまう場合の二つの定常状態が存在することが知られている。既存研究のほとんどは，前者の定常状態の周りでモデルを近似し，中央銀行が目指す正の目標インフレ率が長期的に達成されるという「目標インフレ均衡」を仮定しているのに対して，本稿は，後者の定常状態の周りでモデルを近似し，名目金利の非負制約によって長期的にデフレ状態が続く「デフレ均衡」を仮定する。特に，デフレ均衡のもとでは，中央銀行は名目金利の非負制約のためにテイラー型の金融政策ルールに従って名目金利を設定できないことから，名目金利は次のように外生的な確率過程に従うものとする。

$$\log R_t^n = (1 - \rho_R)\log R\pi^L + \rho_R \log R_{t-1}^n + \varepsilon_{R,t}, \qquad \varepsilon_{R,t} \sim N(0, \sigma_R^2).$$

ここで，Rは実質粗利子率の定常値，π^Lはデフレ均衡における粗インフレ率の定常値であることから，$R\pi^L$はデフレ均衡における名目粗利子率の定常値である。

2.5　対数線形近似

家計および企業の最適化条件，資源制約，および名目金利の決定式が，本モデルにおける均衡条件となる。本モデルでは，生産技術の水準A_tが非定常な確率過程に従うと仮定されていることから，モデルの

定常状態を得るために生産および自然率生産量をA_tで除した定常な変数（$y_t = Y_t/A_t$，$y_t^* = Y_t^*/A_t$）を用いて均衡条件を書き直す必要がある。こうして得られる均衡条件および外生ショックの確率過程をデフレ均衡の定常状態の周りで対数線形近似すると，モデルは以下の方程式で表される。

$$\tilde{y}_t = \frac{a}{a+\gamma}E_t\tilde{y}_{t+1} + \frac{\gamma}{a+\gamma}\tilde{y}_{t-1} - \frac{a-\gamma}{a+\gamma}\left(\tilde{R}_t^n - E_t\tilde{\pi}_{t+1}\right) + \frac{a}{a+\gamma}E_t a_{t+1} - \frac{\gamma}{a+\gamma}a_t, \tag{1}$$

$$\tilde{\pi}_t = \frac{\beta}{1+\beta\iota}E_t\tilde{\pi}_{t+1} + \frac{\iota}{1+\beta\iota}\tilde{\pi}_{t-1} + \kappa\left[\left(\eta + \frac{a}{a-\gamma}\right)\tilde{y}_t - \frac{\gamma}{a-\gamma}\tilde{y}_{t-1} + \frac{\gamma}{a-\gamma}a_t\right] + \tilde{z}_t, \tag{2}$$

$$\tilde{y}_t^* = \frac{\gamma}{a(1+\eta) - \gamma\eta}(\tilde{y}_{t-1}^* - a_t), \tag{3}$$

$$\tilde{R}_t^* = -\frac{a+\gamma}{a-\gamma}\tilde{y}_t^* + \frac{a}{a-\gamma}E_t\tilde{y}_{t+1}^* + \frac{\gamma}{a-\gamma}\tilde{y}_{t-1}^* + \frac{a}{a-\gamma}E_t a_{t+1} - \frac{\gamma}{a-\gamma}a_t, \tag{4}$$

$$\tilde{R}_t^n = \rho_R\tilde{R}_{t-1}^n + \varepsilon_{R,t}, \tag{5}$$

$$a_t = \rho_a a_{t-1} + \varepsilon_{a,t}, \tag{6}$$

$$\tilde{z}_t = \rho_z\tilde{z}_{t-1} + \varepsilon_{z,t}. \tag{7}$$

ここで，$\kappa = \frac{(1-\xi)(1-\xi\beta)}{\xi(1+\beta\iota)}$。なお，上に~が付いている変数は定常値からの乖離率で表されている。

3. モデルの解法および推定方法

基本的なニュー・ケインジアン・モデルにおいては，金融政策がテイラーの原理を満たさない場合，モデルの均衡解が一意に定まらないという非決定（indeterminacy）問題が発生することが知られている。また，解が非決定な状況では，サンスポット・ショックと呼ばれるファンダメンタルズの変化とは無関係な期待の変化が均衡経路に影響を与えるようになることから，経済は不安定化することが指摘されている。本稿で扱うデフレ均衡を仮定したモデルでは，中央銀行は名目金利の非負制約のためにテイラー型の金融政策ルールに従って名目金利を設定できないことから，名目金利は外生的な確率過程に従うと仮定している。このため，テイラーの原理は満たされず，解は非決定となる。本稿では，Bianchi and Nicolò（2017）の方法で解が非決定となる場合の均衡解を導出し，モデルの推定によって解の特定化を行う。

解が非決定の場合，均衡解は次のように表される。

$$s_t = \Phi_s(\theta)s_{t-1} + \Phi_\varepsilon(\theta)\varepsilon_t + \Phi_\nu(\theta)\nu_t.$$

ここで，s_t は内生変数のベクトル，ε_t はファンダメンタル・ショックのベクトル，$\nu_t \sim N(0, \sigma_\nu^2)$ はサンスポット・ショック，$\Phi_s(\theta)$，$\Phi_\varepsilon(\theta)$，$\Phi_\nu(\theta)$ はモデルと推定されるパラメータのベクトルθ によって決まる係数行列である。なお，θ には，モデルの構造パラメータのほか，サンスポット・ショックの標準偏差σ_ν およびサンスポット・ショックとファンダメンタル・ショックの相関係数$\rho_{\nu a}$，$\rho_{\nu z}$，$\rho_{\nu R}$を含む。これらのパラメータの存在が解の非決定性を表しており，これらを推定することによって，無数に存在する解から特定の解を選ぶことができるのである。

モデルの推定には，ベイズ推定手法を用いる。推定に用いるデータは，実質 GDP 成長率（YGR_t），GDP デフレータ上昇率（INF_t），無担保コール・レートのオーバーナイト物（$CALL_t$）の 3 系列である。なお，実質 GDP は総務省「労働力調査」の 15 歳以上人口で除することによって，一人当たりの数字に変換している。これらのデータは，次の観測方程式によって，モデル変数と関連付けられる。

$$\begin{bmatrix} YGR_t \\ INF_t \\ CALL_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{a} \\ \bar{\pi} \\ \bar{\pi} + \bar{r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{y}_t - \tilde{y}_{t-1} + a_t \\ \tilde{\pi}_t \\ \tilde{R}_t^n \end{bmatrix}.$$

ここで，$\bar{a} = 100 \log a$，$\bar{\pi} = 100 \log \pi$，$\bar{r} = 100 \log R$。

推定期間は，1999 年第 1 四半期から 2019 年第 3 四半期までである。この間，2000 年 8 月から 2001 年 3 月と 2006 年 7 月から 2008 年 12 月の短期間の例外を除いて日本銀行は政策金利をほぼゼロに誘導していることに加えて，インフレ率は推定期間の大半で負となっていることから，デフレ均衡と整合的な経済環境であったと言える。実際，Aruoba, Cuba-Borda et al.（2018）は，目標インフレ均衡とデフレ均衡のレジーム間を確率的に遷移するニュー・ケインジアン・モデルを推定し，日本経済が 1990 年代後半以降デフレ均衡のレジームにある可能性が高いことを示している。

表 1 は，推定されるパラメータの事前分布をまとめたものである。家計，企業，および中央銀行の行動を規定するパラメータ（$\eta, \gamma, \xi, \iota, \rho_R$）とファンダメンタル・ショックの慣性を表すパラメータ（ρ_a, ρ_z）の事前分布の平均値は，先行研究におけるカリブレーションで用いられている標準的な値に設定している。技術進歩率，インフレ率，および実質金利の定常値（$\bar{a}, \bar{\pi}, \bar{r}$）については，それぞれ，実質 GDP 成長率，GDP デフレータ，事後的実質コール・レートの推定期間の平均値の周りに分布するよう設定した。サンスポット・ショックとファンダメンタル・ショックの相関係数（$\rho_{va}, \rho_{vz}, \rho_{vR}$）には，[-1,1] の区間に一様分布を設定した。金融政策ショックの標準偏差（σ_R）の事前分布の平均値は 0.1 に設定したのに対して，それ以外（$\sigma_a, \sigma_z, \sigma_v$）は 0.5 に設定した。

表１　デフレ均衡モデルのパラメータの事前分布

パラメータ		分布	平均	標準偏差
η	労働の弾力性の逆数	ガンマ	2.000	0.500
γ	消費の習慣形成の度合い	ベータ	0.500	0.150
ξ	価格の硬直性	ベータ	0.667	0.100
ι	一期前のインフレ率への依存度	ベータ	0.500	0.150
ρ_R	金利スムージングの度合い	ベータ	0.500	0.200
$\bar{a}$	技術進歩率の定常値	正規	0.169	0.050
$\bar{\pi}$	インフレ率の定常値	正規	−0.152	0.050
$\bar{r}$	実質金利の定常値	正規	0.172	0.050
ρ_a	技術ショックの慣性	ベータ	0.500	0.200
ρ_z	コスト・ショックの慣性	ベータ	0.500	0.200
$\rho_{\nu a}$	サンスポット・ショックと技術ショックの相関	一様	0.000	0.577
$\rho_{\nu z}$	サンスポット・ショックとコスト・ショックの相関	一様	0.000	0.577
$\rho_{\nu R}$	サンスポット・ショックと金融政策ショックの相関	一様	0.000	0.577
σ_a	技術ショックの標準偏差	逆ガンマ	0.500	2.000
σ_z	コスト・ショックの標準偏差	逆ガンマ	0.500	2.000
σ_R	金融政策ショックの標準偏差	逆ガンマ	0.100	1.000
σ_ν	サンスポット・ショックの標準偏差	逆ガンマ	0.500	2.000

尤度関数はカルマン・フィルターによって評価される。推定されるパラメータの事後分布は，Metropolis-Hastings アルゴリズムを用いてパラメータをサンプリングすることによって近似する。サンプリングは 50 万回行い，最初の 25 万回は捨象している。

本稿では，先行研究が扱っている目標インフレ均衡を仮定したモデルも推定し，デフレ均衡を仮定した場合と目標インフレ均衡を仮定した場合とで，推定された自然利子率の水準にどのような違いが生じるかを分析する。目標インフレ均衡を仮定したモデルは，上記のモデルの名目金利の決定式を次のようなテイラー型の金融政策ルールに変更し，目標インフレ率の周りで対数線形近似することによって得られる。具体的には，（1）～（7）式のうち，（5）式を次の方程式に変更する。

$$\tilde{R}_t^n = \rho_R \tilde{R}_{t-1}^n + (1-\rho_R)\left[\phi_\pi \tilde{\pi}_t + \phi_y(\tilde{y}_t - \tilde{y}_t^*)\right] + \varepsilon_{R,t}$$

ここで，$\phi_\pi > 1$および$\phi_y > 0$は，名目金利のインフレ率および生産ギャップへの反応度合いを表している。なお，この金融政策ルールはテイラーの原理を満たすことが仮定されており，均衡解は一意に決まることから，サンスポット・ショックおよび同ショックとファンダメンタル・ショックとの相関は発生しない。目標インフレ均衡を仮定したモデルの推定期間は，1980 年第 2 四半期から 2019 年第 3 四半期とする。事前分布については，以下のパラメータ以外，デフレ均衡を仮定したモデルと同じものを使う。ϕ_πは平均 1.5，標準偏差 0.2 のガンマ分布，ϕ_yは平均 0.125，標準偏差 0.05 のガンマ分布を設定した。技術進歩率，インフレ率，および実質金利の定常値の事前分布の平均値については，推定期間の変更を踏まえ，実質 GDP 成長率，GDP デフレータ，事後的実質コール・レートの 1980 年第 2 四半期から 2019 年第 3 四半期の平均値（それぞれ，0.332，0.058，0.506）に再設定した。

4. 推定結果

本節では，まず，デフレ均衡を仮定したモデルと目標インフレ均衡を仮定したモデルのパラメータの推定結果を示す。次に，推定されたパラメータを所与としてカルマン・スムージングを用い，それぞれのモデルにおける自然利子率の系列を推定する。そのうえで，モデルの仮定および推定期間の違いによって，自然利子率の推定値にどのような差が生じるかを分析する。

4.1　パラメータの推定結果

表2は，デフレ均衡を仮定したモデルと目標インフレ均衡を仮定したモデルについて，パラメータの事後分布の情報をまとめたものである。家計および企業の行動を規定するパラメータと金利スムージングのパラメータ（$\eta, \gamma, \xi, \iota, \rho_R$）は，両者のモデルの間で大きな違いがないのに対して，定常値に関するパラメータ（$\bar{a}, \bar{\pi}, \bar{r}$）は，推定期間の違いを反映して明らかに異なっている。特に大きな違いがあるのは，ファンダメンタル・ショックに関するパラメータである。デフレ均衡モデルは，ファンダメンタル・ショックの慣性を表すパラメータ（ρ_a, ρ_z）が小さく，技術ショックとコスト・ショックの標準偏差（σ_a, σ_z）は大きくなっている。金融政策ショックの標準偏差（σ_R）は，デフレ均衡モデルの推定期間は政策金利の変更が少なかったことを映じて，小さくなっている。サンスポット・ショックとファンダメンタル・ショックの相関係数（$\rho_{\nu a}, \rho_{\nu z}, \rho_{\nu R}$）を見ると，$\rho_{\nu a}$と$\rho_{\nu z}$がそれなりにゼロから乖離しており，解が非決定な場合における均衡選択の重要性を示唆している。サンスポット・ショックの標準偏差（σ_ν）の事後平均は0.359となっており，ファンダメンタルズの変化とは無関係な期待の変化が均衡経路に与える影響が無視できないことを表している。

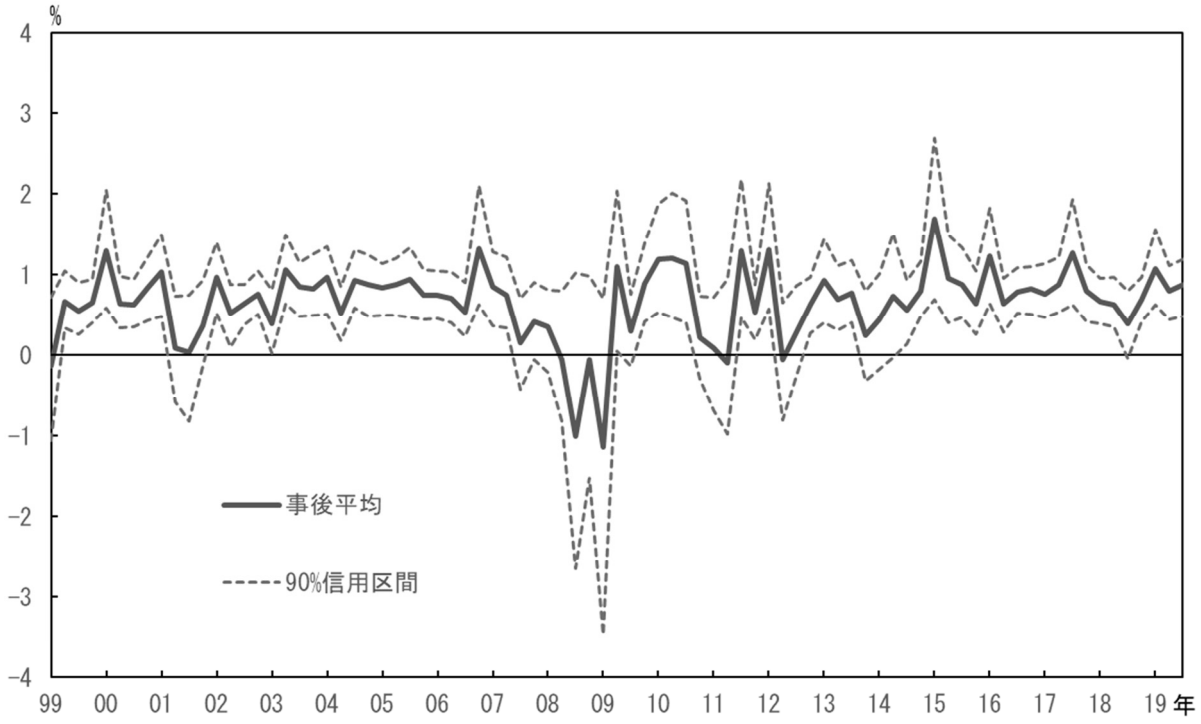
表２　デフレ均衡モデルと目標インフレ均衡モデルのパラメータの事後分布

	デフレ均衡モデル			目標インフレ均衡モデル		
パラメータ	平均	90%信用区間		平均	90%信用区間	
η	2.063	[1.233 ,	2.878]	1.977	[1.177 ,	2.768]
γ	0.243	[0.119 ,	0.351]	0.220	[0.105 ,	0.341]
ξ	0.590	[0.390 ,	0.822]	0.664	[0.530 ,	0.802]
ι	0.280	[0.091 ,	0.463]	0.162	[0.044 ,	0.277]
ϕ_π	－	－		1.950	[1.682 ,	2.212]
ϕ_y	－	－		0.031	[0.008 ,	0.054]
ρ_R	0.905	[0.845 ,	0.969]	0.886	[0.855 ,	0.919]
$\bar{a}$	0.164	[0.092 ,	0.237]	0.327	[0.249 ,	0.402]
$\bar{\pi}$	−0.154	[−0.213 ,	−0.096]	0.072	[−0.008 ,	0.151]
$\bar{r}$	0.171	[0.115 ,	0.226]	0.492	[0.425 ,	0.560]
ρ_a	0.368	[0.128 ,	0.600]	0.930	[0.870 ,	0.991]
ρ_z	0.528	[0.124 ,	0.899]	0.980	[0.963 ,	0.998]
$\rho_{\nu a}$	0.362	[−0.050 ,	0.812]	－	－	
$\rho_{\nu z}$	0.625	[0.360 ,	0.915]	－	－	
$\rho_{\nu R}$	0.060	[−0.175 ,	0.299]	－	－	
σ_a	0.595	[0.207 ,	0.963]	0.147	[0.073 ,	0.227]
σ_z	1.209	[0.356 ,	2.389]	0.751	[0.206 ,	1.308]
σ_R	0.016	[0.014 ,	0.018]	0.127	[0.105 ,	0.148]
σ_ν	0.359	[0.260 ,	0.458]	－	－	

4.2　自然利子率の推定結果

図2は，デフレ均衡を仮定したモデルに基づいて，データと事後分布からサンプリングされたパラメータから推定された自然利子率（年率換算）の事後平均と 90％信用区間を示している。事後平均を見ると，金融危機後の2008年から2009年にかけてやや大きな落ち込みがあるものの，若干の振れを伴いつつ，概ね0％から1％の間で推移している。金融危機後は平均で見ると－1％程度まで落ち込んでいるが，この間の90%信用区間は非常に大きくなっており，推定値の不確実性が大きいことには注意が必要である。

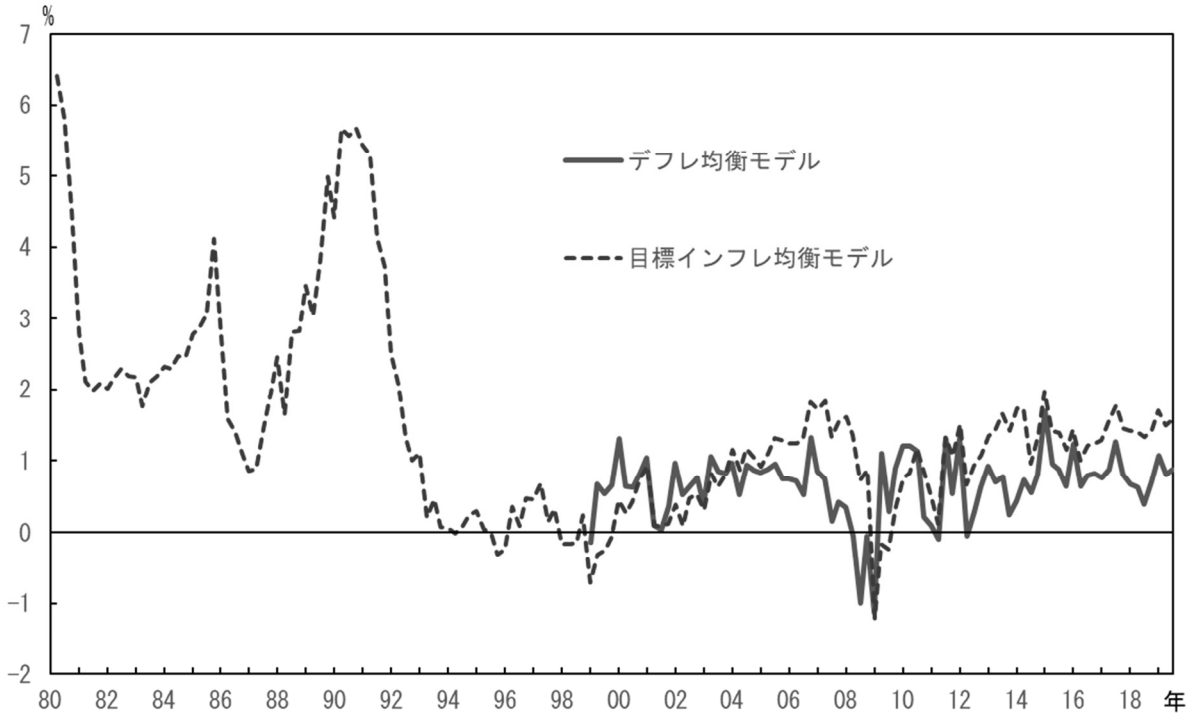
図２　デフレ均衡モデルから推定された自然利子率



このようにデフレ均衡モデルから推定された自然利子率は，先行研究で用いられている目標インフレ均衡を仮定したモデルから推定される自然利子率と比べて，どのような違いがあるのだろうか。図3は，それぞれのモデルから推定された自然利子率（年率換算）の事後平均を比較したものである。比較可能な1999年以降を見ると，両者の差が顕著になっている期間がいくつかあることが分かる。特に，2007～2008年は，目標インフレ均衡モデルに基づいた自然利子率がデフレ均衡モデルに基づいたそれよりも1％以上過大に推定されており，なかでも，2008年第3四半期は両者の差が1.7%となっている。また，2011年以降は，目標インフレ均衡モデルの自然利子率の方が上方に乖離した状況が続いており，とりわけ，2013 年から2014年にかけては，その乖離が1％程度となっている。

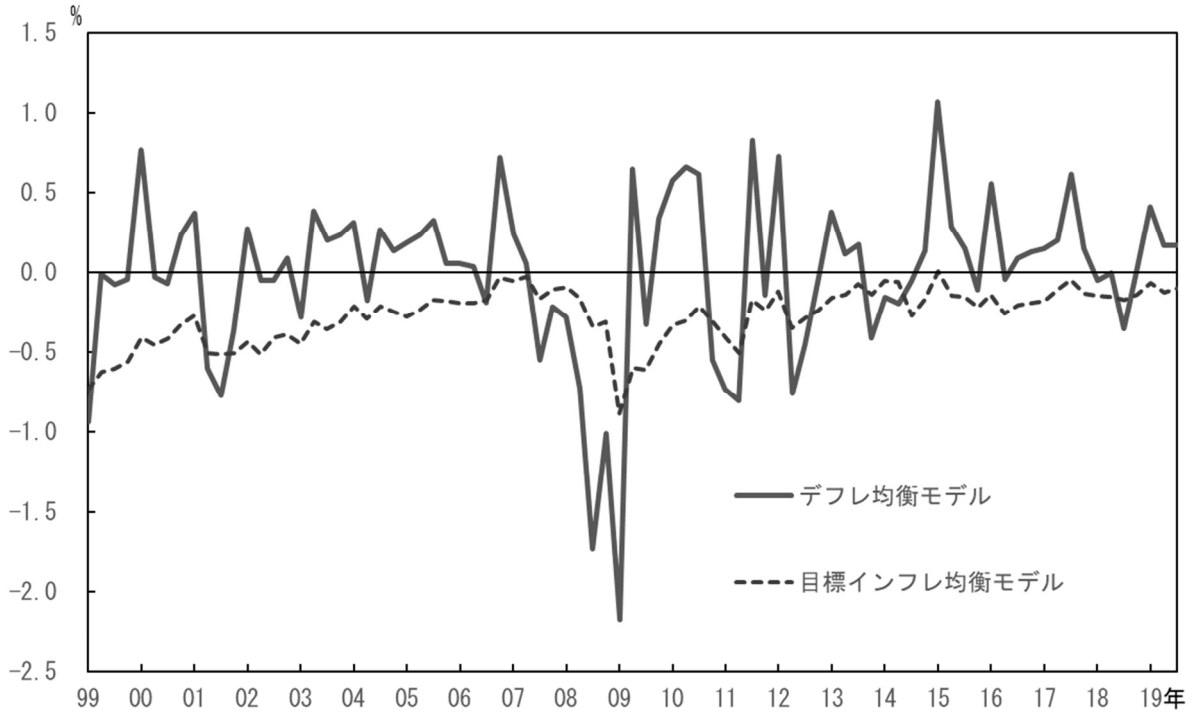
いずれの局面も，先行研究が通常仮定している目標インフレ均衡モデルでは，自然利子率を過大に推定している可能性があることを示唆している。逆に言えば，もし本稿のデフレ均衡モデルの方が現実経済の近似として適切であるとすると，上記の局面における自然利子率は，これまでに先行研究で推定されてきたものよりも低いと考えられる。これは，日本銀行が量的・質的金融緩和を継続していることと整合的である一方，ゼロ金利政策による金融緩和の度合いが低下していることを意味している。このように，モデルの仮定の違いによって，金融政策のスタンスの評価が異なり得るのである。

図３　デフレ均衡モデルと目標インフレ均衡モデルから推定された自然利子率



なぜこのように自然利子率の推定値に違いが生じるのであろうか。(3) 式と (4) 式から分かるように，自然利子率の動きは技術ショック（a_t）の動きおよび両式のパラメータ（a, γ, η）の値によって決まることから，これらの違いを確認する。図４は，デフレ均衡および目標インフレ均衡を仮定したモデルから推定された技術ショックa_tの事後平均を比較したものである。デフレ均衡モデルの技術ショックは，大きな振れを伴いつつも概ね平均をゼロとして推移しているのに対して，目標インフレ均衡モデルのそれは，比較的変動が小さく，グラフの期間中は常に負の値となっており，両者の動きの違いと図３における自然利子率の違いとの対応が分かりにくくなっている。しかし，図３の自然利子率は，定常状態からの乖離として表現されたモデル変数に実質利子率の定常値を上乗せしたレベル変数であるのに対して，図４の技術ショックの系列は，平均ゼロのモデル変数であることに注意しよう。つまり，二つの技術ショックを比べたときの大小関係と二つの自然利子率を比べたときの大小関係は必ずしも対応しないのである。ここでは，両者の技術ショックおよび自然利子率の動きの方向性，すなわち，上昇傾向にあるか低下傾向にあるかに着目する必要がある。そのうえで，図３と図４を比べると，振れの大きさが大幅に異なるものの，それぞれの自然利子率の動きの方向性は，それぞれの技術ショックの動きに概ね沿ったものになっていることが分かる。さらに，推定されたパラメータの違いを見ると（表２参照），aのパーセント表示に対応する$\bar{a}$が明白に異なることが分かる。(4) 式によると，aが大きければa_tの動きが自然利子率$\tilde{R}_t^*$の動きに与える影響が大きくなることから，目標インフレ均衡モデルにおいて，比較的振れの小さい技術ショックが自然利子率のそれなりの変動をもたらすことも理解できる。これらの点に鑑みると，目標インフレ均衡モデルの自然利子率が過大に推定された理由は，同モデルの技術ショックが負の値をとりつつも，緩やかに上昇傾向を維持しているためであると考えられる。

図４　技術ショックの推移



モデルの仮定の違いによって技術ショックの動きが大きく異なる理由を分析するために，図5および図6 は，デフレ均衡および目標インフレ均衡を仮定したモデルから推定されたコスト・ショックz_tおよび金融政策ショック$\varepsilon_{R,t}$を比較している。目標インフレ均衡モデルは，定常状態のインフレ率が正であるとの仮定のもと，1980 年から推定されているため，同モデルのコスト・ショックはデフレ均衡モデルのそれよりも負の値をとっている期間が多く，下落傾向も強くなっている。負のコスト・ショックはインフレ率および期待インフレ率を低下させるが，99 年以降はほとんどの期間において名目金利がゼロであったため，生産に対しては期待インフレ率の低下に伴う（実質金利の上昇を通じた）負の影響が強く現われることになる。他方，データでは，実質 GDP 成長率はさほど低下していなかったために，そのギャップを埋めるべく，図4にあるように技術ショックa_tが上昇傾向を示すかたちで推定されたと考えられる。

図５　コスト・ショックの推移

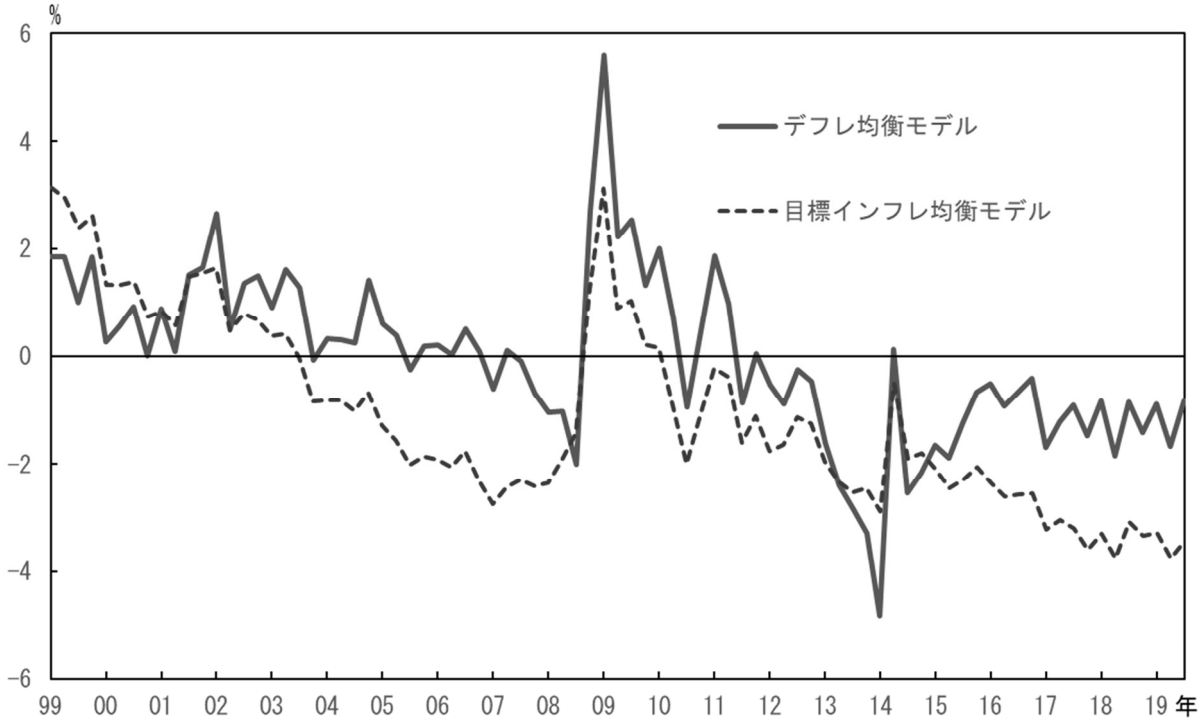


図６　金融政策ショックの推移

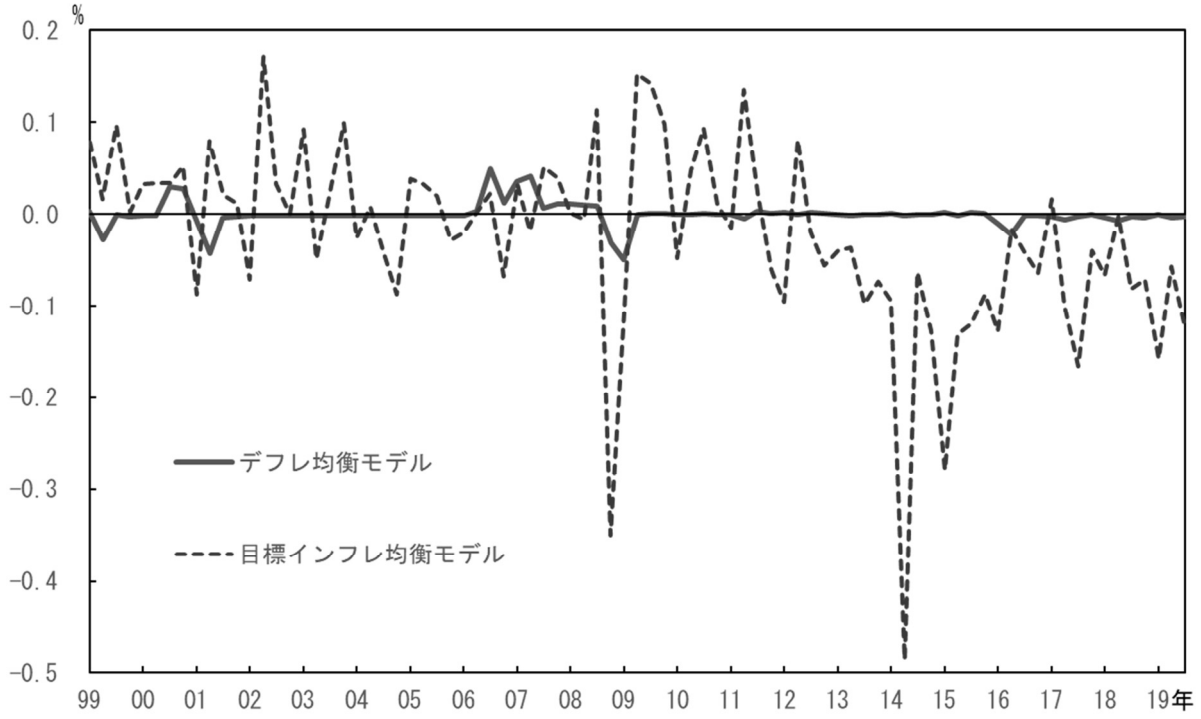


図６の金融政策ショックを見ると，目標インフレ均衡モデルでは，99 年以降名目金利がゼロ近傍で小動きであったにも関わらずテイラー型の金融政策ルールが仮定されていることから，金融政策ショックはその乖離として非常に振れの大きい系列として推定されている。こうした金融政策ショックは，実際の名目

金利がほとんど動いていなくても，期待を通じて生産およびインフレ率を変動させることになる。これは，図4において目標インフレ均衡の技術ショックの変動が比較的小さく推定された一因になっていると考えられる。

5. おわりに

本稿では，Benhabib, Schmitt-Grohé et al.（2001）が指摘したデフレ均衡の考え方を標準的なニュー・ケインジアン・モデルに当てはめたデフレ均衡モデルを用いて，価格が伸縮的な経済における実質金利と定義される自然利子率を推定した。推定された自然利子率の動きを見ると，金融危機後の2008年から2009年にかけて負の値に転じた可能性があるものの，概ね0％から1％の間で推移していることが分かった。また，先行研究で通常仮定される目標インフレ均衡モデルを用いた自然利子率も推定し，それぞれのモデルによる自然利子率を比較したところ，多くの期間で1％前後の差が見られることが分かった。特に，2007～2008年および2011年以降は，目標インフレ均衡モデルに基づいた自然利子率がデフレ均衡モデルに基づいたそれよりも継続的に1％前後過大に推定されており，こうした違いは金融政策スタンスの評価を変え得るものである。

本稿で推定された自然利子率を解釈する際には，次の二つの点に注意が必要である。一つ目は，図2に90%信用区間として示されているとおり，推定された自然利子率の値には少なからず不確実が伴うことから，その評価は幅を持って行うべきである。二つ目は，本稿のように構造型モデルに基づいて推定した短期の自然利子率は，モデルの定式化次第でその推定値が大きく変わり得る点である。本稿で用いたモデルは，基本的なニュー・ケインジアン・モデルを現実のデータとの整合性を考慮して拡張したものであるが，それでも小規模モデルに分類されるものである。Hirose（2020）は，資本ストックの蓄積およびその調整コストを導入し，価格だけでなく賃金の硬直性も考慮した中規模モデルをデフレ均衡の定常状態の周りで近似したうえで推定している。こうした中規模モデルを用いて自然利子率を推定し，本稿で推定した自然利子率の頑健性を調べることは有用であろう。

参考文献

Aruoba, S. B., P. Cuba-Borda and F. Schorfheide (2018) “Macroeconomic Dynamics near the ZLB: A Tale of Two Countries,” *Review of Economic Studies*, Vol.85, pp.87-118.

Benhabib, J., S. Schmitt-Grohé and M. Uribe (2001) “The Perils of Taylor Rules,” *Journal of Economic Theory*, Vol.96, pp.40-69.

Bianchi, F. and G. Nicolò (2017) “A generalized Approach to Indeterminacy in Linear Rational Expectations Models,” *NBER Working Papers*, 23521, National Bureau of Economic Research.

Bullard, J. (2010) “Seven Faces of the Peril” *Federal Reserve Bank of St. Louis Review*, Vol.92, pp.339-352.

Calvo, G. A. (1983) “Staggered Prices in a Utility-Maximizing Framework,” *Journal of Monetary Economics*, Vol.12, pp.383-398.

Galí, J. (2015) *Monetary Policy, Inflation, and the Business Cycle: An Introduction to the New Keynesian Framework*, 2nd ed., Princeton, NJ, Princeton University Press.

Hirose, Y. (2020) “An Estimated DSGE Model with a Deflation Steady State,” *Macroeconomic Dynamics*, Vol.24, pp.1151-1185.

Iiboshi, H., M. Shintani, and K. Ueda (2018) “Estimating a Nonlinear New Keynesian Model with a Zero Lower Bound for Japan,” *TCER Working Paper Series*, E-120, Tokyo Center for Economic Research.

Okazaki, Y. and N. Sudo (2018) “Natural Rate of Interest in Japan---Measuring its Size and Identifying Drivers Based on a DSGE Model---,” *Bank of Japan Working Paper Series*, 18-E-6, Bank of Japan.

Smets, F. and R. Wouters (2007) “Shocks and Frictions in US Business Cycles: A Bayesian DSGE Approach,” *American Economic Review*, Vol.97, pp.586-606.

Woodford, M. (2003) *Interest and Prices: Foundations of a Theory of Monetary Policy*, Princeton, NJ, Princeton University Press.